

Roll No. :

MATS2610

**B.A./B.Sc, Semester Second
(NEP), Examination, 2023-24**

MATHEMATICS

Paper - Major

[Integral Calculus and Vector Analysis]

[Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 75]

Note : This Question paper contains two sections. Section A contains 08 short answer type questions. Attempt any 05 questions from this section. Each question carries 06 marks. Section B contains 05 long answer type questions. Attempt any 03 question from this section. Each question carries 15 marks.

इस प्रश्नपत्र में दो खण्ड हैं। खण्ड अ में 08 लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, जिनमें से किन्हीं 05 प्रश्नों का उत्तर दिया जाना है। प्रत्येक प्रश्न 06 अंकों का है। खण्ड ब में 05 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, जिनमें से किन्हीं 03 प्रश्नों का उत्तर दिया जाना है। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

MATS2610/5

(1)

[P.T.O.]

<https://www.ssjuonline.com>

SECTION - A

खण्ड - अ

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note: Attempt any 05 questions from the following 08 questions. Each question carries 06 marks.

(5×6=30)

दिये गये 08 प्रश्नों में से किन्हीं 05 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 06 अंकों का है।

1. Find the limit of the sum

$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n}$, when n is indefinitely increased.

योग की सीमा ज्ञात कीजिए

$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n}$, जब n अनिश्चित काल तक बढ़ाया जाता है।

2. Prove that $\int_0^{2a} \varphi(x) dx = \int_0^a \{ \varphi(x) + \varphi(2a-x) \} dx$.

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{2a} \varphi(x) dx = \int_0^a \{ \varphi(x) + \varphi(2a-x) \} dx$.

3. Prove that $\Gamma(n)\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin n\pi}$, $0 < n < 1$.

सिद्ध कीजिए कि $\Gamma(n)\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin n\pi}$, $0 < n < 1$.

MATS2610/5

(2)

<https://www.ssjuonline.com>

4. Evaluate $\int_0^2 \int_1^3 xy(1+x+y) dx dy$.

मान ज्ञात कीजिए $\int_0^2 \int_1^3 xy(1+x+y) dx dy$.

5. Find the whole area of the circle $x^2+y^2=a^2$.

वृत्त $x^2+y^2=a^2$ का संपूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

6. Prove that $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$, for any vector function \vec{A} .

किसी भी वेक्टर फंक्शन \vec{A} के लिए, सिद्ध कीजिए कि

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0.$$

7. Find the direction cosine of $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ and prove that sum of squares of direction cosines is equal to 1.

$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ की दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि दिक् कोज्याओं के वर्गों का योग 1 के बराबर है।

8. Find the reciprocal triads \vec{a}, \vec{b} and \vec{c} to the vectors

$$\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \text{ and } \vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}.$$

वेक्टर $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ के व्युत्क्रम त्रिक $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ज्ञात कीजिए।

SECTION - B

खण्ड - ब

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note: Attempt any 03 questions from the following 05 questions. Each question carries equal marks.

(3×15=45)

दिये गये 05 प्रश्नों में से किन्हीं 03 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

9. Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$.

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \log(\sqrt{2} + 1)$.

10. Find the mass of the tetrahedron bounded by the coordinate planes and the plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, the variable density being $\rho = \lambda xyz$.

निर्देशांक तलों और तल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ से घिरे चतुष्फलक का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, परिवर्तनीय घनत्व $\rho = \lambda xyz$ है।

11. Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F} = (2x - z)\vec{i} + (x^2 + y)\vec{j} - xz^2\vec{k}$ taken over the region bounded by $x=0, y=0, z=0, x=l, y=l, z=l$.

$\vec{F} = (2x - z)\vec{i} + (x^2 + y)\vec{j} - xz^2\vec{k}$ के लिए गॉस विचलन प्रमेय

को सत्यापित करें, जो $x=0, y=0, z=0, x=1, y=1, z=1$ से घिरे क्षेत्र पर लिया गया है।

12. Show that
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^m \theta \sin^n \theta d\theta = \frac{\Gamma(\frac{m+1}{2})\Gamma(\frac{n+1}{2})}{2\Gamma(\frac{m+n+2}{2})}, m > -1, n > -1.$$

दिखाइए कि
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^m \theta \sin^n \theta d\theta = \frac{\Gamma(\frac{m+1}{2})\Gamma(\frac{n+1}{2})}{2\Gamma(\frac{m+n+2}{2})}, m > -1, n > -1.$$

13. Prove that

(i) $[a+b \ b+c \ c+a] = 2[a \ b \ c]$

(ii) $\hat{i} \times (a \times \hat{i}) + \hat{j} \times (a \times \hat{j}) + \hat{k} \times (a \times \hat{k}) = 2a$

सिद्ध कीजिए कि

(i) $[a+b \ b+c \ c+a] = 2[a \ b \ c]$

(ii) $\hat{i} \times (a \times \hat{i}) + \hat{j} \times (a \times \hat{j}) + \hat{k} \times (a \times \hat{k}) = 2a$